Expresiones algebraicas

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. EL LENGUAJE ALGEBRAICO

El Álgebra es la rama de la Matemática que se basa en el empleo de números y letras para representar relaciones aritméticas.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Una ***expresión algebraica*** es la combinación de números y letras relacionados mediante operaciones aritméticas para expresar una situación cualquiera o para generalizar propiedades matemáticas.

> ***Recuerda que...***
> Las expresiones algebraicas, o lenguaje algebraico, se utilizan para expresar una situación cualquiera o para generalizar propiedades matemáticas.

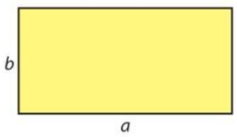
En la siguiente tabla se recogen algunos ejemplos de traducción de expresiones en el lenguaje verbal al algebraico:

Si mi edad es x	El doble de mi edad es	2x
	La edad que tendré dentro de 5 años será	x + 5
Si el número de mi casa es y	Los números de las casas que están a la derecha y la izquierda de la mía son	y + 2 y - 2
Si tengo z docenas de huevos	La mitad del número de docenas de huevos que tengo será	z/2
	El número de huevos que tengo será	12 z
Si mi hermano mayor tiene **x** años y yo tengo **y** años de edad	El cantidad de años que me lleva mi hermano será	x – y
Si tengo un cuadrado de lado L	Su área vendrá dada por	L^2

Ejemplo: Expresa algebraicamente el área de un rectángulo de lados a y b.

Solución

Planteamos la situación:



Área = lado x lado

$A = a \times b$

Si a = 6 cm y b = 4 cm, el área es $6 \times 4 = 24\ cm^2$.

Observa que hemos generalizado la expresión del cálculo del área de unrectángulo mediante letras. Cada letra representa un lado.

VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Valor numérico de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene cuando se sustituyen las letras de la expresión por números.

Es lo que hizo en el ejemplo del área del rectángulo, primero se asignó valores a las letras (lados del rectángulo) y finalmente se realizó el producto entre ellas para calcular el valor del área.

Ejemplos:

1. Si x = 2, el valor numérico de $3x^2 - 2x$ *es*:

   $3(2)^2 - 2(2) = 12 - 4 = 8$

2. Si el lado (L) de un cuadrado es 3 cm, su área será:

   $A = L \times L = 3 \times 3 = 9cm^2$

3. Si x = – 2, el valor numérico de $2x^2$ *es*: $2(-2)^2 = 2\ .\ 4 = 8$

CONCEPTOS BÁSICOS

Término	Es cada sumando, o cada parte, en una expresión algebraica, separada por + o −. **Nota**. Expresiones algebraicas que constan de un solo término se llaman monomios, con dos términos se llaman binomios, etc.
Coeficiente	Cada término consta de: un factor numérico y un factor literal. El factor numérico de un término se denomina coeficiente numérico o simplemente coeficiente.
Términos semejantes	Son los términos que tienen el mismo factor literal (se diferencian sólo en su coeficiente numérico).

Ejemplo: sea la expresión $5xy^2 - 3xy + 2xy^2 - 7$

⇒ el coeficiente numérico del término $5xy^2$ es 5

los términos $5xy^2$ y $2xy^2$ son términos semejantes. (¿Por qué?)

CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Entre las expresiones algebraicas podemos distinguir dos tipos: las **RACIONALES** y las **IRRACIONALES**.

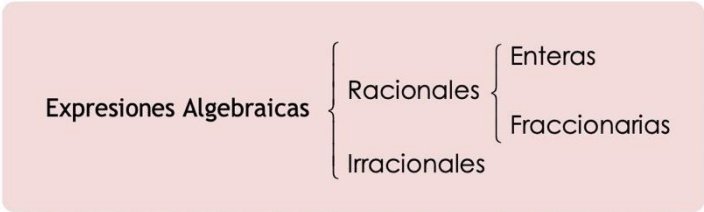
Las expresiones algebraicas racionales son aquéllas en las que las operaciones que se realizan con sus variables son sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y potenciación con exponente entero. A su vez a estas expresiones las podemos subdividir en dos grupos:

1) **racionales enteras o polinomios** que son las que combinan sus variables con las siguientes operaciones: suma, resta, multiplicación y potencia con exponente natural o cero.

2) **las racionales no enteras o fraccionarias** cuyas variables están afectadas por las mismas operaciones que la anterior solo que el exponente de la potenciación puede ser un número entero.

Las expresiones algebraicas irracionales son las que combinan sus variables con todas las operaciones antes mencionadas además de potencias con exponente fraccionario o raíces.

Según las operaciones que afecten a las variables, las expresiones algebraicas se clasifican en:



Ejemplos de expresiones algebraicas:

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	TIPO
$3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 8x - 1$	Racional entera (polinomio)
$\frac{x^4 - 2x}{x^3 + 8} - \frac{x^2 + 2}{4x - 1}$	Racional fraccionaria
$x^5 + x^3 - 2x^{-2/3} + 1$	Irracional

POLINOMIOS

DEFINICIÓN

Es una expresión algebraica formada por sumas o restas demonomios no semejantes llamados términos. Un polinomio en la variable x es una expresión de la forma:

$$P(x) = a_n.x^n + a_{n-1}.x^{n-1} + \ldots + a_1.x + a_0$$

Donde

$n \in Z, n \geq 0$ se llama **grado del polinomio** (es el mayor de los grados de los monomios que lo forman) y se escribe $n = gr\ P(x)$

$a_i \in R$ se denominan **coeficientes** del polinomio

$a_n \neq 0$ se denomina coeficiente principal y a_0 se denomina término independiente

- ✓ Los términos del polinomio están ordenados en potencias decrecientes.
- ✓ El polinomio es completo cuando existen todos los términos.

TIPOS DE POLINOMIOS

Monomios: son los polinomios que tienen un solo término. Ejemplo: $P(x) = 3x$

Binomios: son los polinomios que tienen 2 términos. Ejemplo: $P(x) = 2x^2 – 5x$

Trinomios: son los que tienen 3 términos. Ejemplo: $P(x) = x^3 – 3x^2 + 1$

Constantes: son los que tienen un solo término de grado cero, es de la forma $P(x) = a_0$. Ejemplo: $P(x) = 8$

Nulo: es el polinomio de la forma $P(x) = 0$.

Ejemplo: sea el polinomio $P(x) = 2x^3 + 4x – 5$

- Los valores 2, 4 y -5; son los ***coeficientes del polinomio.***
- Los exponentes de las x, en este caso, son los grados de los términos, entonces para P(x) los grados son 3, 1 y 0 respectivamente.
  El grado del polinomio, es el grado del término de mayor grado, en este caso es 3.
- El polinomio es ***ordenado***, pero ***incompleto***, ya que falta el término de grado 2.

FORMAS POLINÓMICA SEGÚN EL GRADO

1. Forma general de un polinomio de 1er Grado
   $P(x) = ax + b \qquad a \neq 0$
2. Forma general de un polinomio de 2do Grado
   $P(x) = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$
3. Forma general de un polinomio de 3er Grado
   $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \qquad a \neq 0$

VALOR NUMÉRICO DE P(x)

Es el resultado que se obtiene cuando se sustituyen las letrasde la expresión por números. Recuerda que en nuestro caso solo tendremos un tipo de letra porque trabajamos con una sola variable.

Ejemplo: calcula el valor que toma $P(x) = x^4 - 2x^3 + 5x - 1$ cuando $x = 1$.

Solución

$$P(1) = (1)^4 - 2(1)^3 + 5(1) - 1$$
$$= 1 - 2.1 + 5.1 - 1$$
$$= 1 - 2 + 5 - 1$$
$$= 3$$

OPERACIONES ENTRE POLINOMIOS

- **SUMA**

Ejemplo: sumar $P(x) = 3x^2 + 2x + 1$ y $Q(x) = 4x + 3$

Solución

Se puede proceder de la siguiente forma:

$$(3x^2 + 2x + 1) + (4x + 3) = 3x^2 + (2x + 4x) + (1 + 3)$$
$$= 3x^2 + (2 + 4)x + (1 + 3)$$
$$= 3x^2 + 6x + 4$$

SUMA DE POLINOMIOS

Al sumar dos polinomios en x, obtenemos un polinomio en el cual el coeficiente de cada potencia de x es la suma de los coeficientes de términos semejantes.

- **RESTA O SUSTRACCIÓN**

Ejemplo: Dados $P(x) = 3x^8 + x^5 - 4x + 2$ y $Q(x) = 2x^8 - 2x^5 + x^3 - 2x + 4$. Restar $P(x) - Q(x)$.

Solución

Para realizar la resta, definimos el inverso aditivo de Q(x), como:

$$-Q(x) = -2x^8 + 2x^5 - x^3 + 2x - 4$$

Entonces la diferencia entre P(x) y Q(x) nos quedaría:

$$P(x) + (-Q(x)) = (3x^8 + x^5 - 4x + 2) + (-2x^8 + 2x^5 - x^3 + 2x - 4)$$
$$= (3x^8 - 2x^8) + (x^5 + 2x^5) - x^3 + (-4x + 2x) + (2 - 4)$$
$$= x^8 + 3x^5 - x^3 - 2x - 2$$

RESTA DE POLINOMIOS

Una vez que se determina el polinomio inverso aditivo (también llamado polinomio opuesto), la resta se efectúa como la suma de polinomios.

- **PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN**

Ejemplo: efectúa el producto entre $P(x) = 3x^2 + 2x - 5$ y

$Q(x) = 2x^3 - 6x + 5$

Solución

$P(x) \cdot Q(x) = (3x^2 + 2x - 5) \cdot (2x^3 - 6x + 5)$

$= 6x^5 - 18x^3 + 15x^2 + 4x^4 - 12x^2 + 10x - 10x^3 + 30x - 25$

$= 6x^5 + 4x^4 - 28x^3 + 3x^2 + 40x - 25$

PRODUCTO DE POLINOMIOS

Es el polinomio que resulta de aplicar la propiedad distributiva (del producto respecto de la suma) y sumar.

- **COCIENTE O DIVISIÓN**

Ejemplo: divide $P(x) = 3x^5 + 2x^4 - 5x^2 + 2$ en $Q(x) = 1 + x^2 - 2x$

Solución

Como el polinomio dividendo P(x) es incompleto, entonces primero lo completamos; **$P(x) = 3x^5 + 2x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 0x + 2$**

⇒ Luego, ordenamos el divisor Q(x) en potencias decrecientes, resultando: **$Q(x) = x^2 - 2x + 1$**

Ahora, efectuamos la división P(x) en Q(x)

$$
\begin{array}{r|l}
3x^5 + 2x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 0x + 2 & x^2 - 2x + 1 \\
\cline{2-2}
-3x^5 + 6x^4 - 3x^3 & 3x^3 + 8x^2 + 13x + 13 \\
\cline{1-1}
\quad 8x^4 - 3x^3 - 5x^2 & \\
-8x^4 + 16x^3 - 8x^2 & \\
\cline{1-1}
\quad\quad 13x^3 - 13x^2 + 0x & \\
-13x^3 + 26x^2 - 13x & \\
\cline{1-1}
\quad\quad\quad 13x^2 - 13x + 2 & \\
-13x^2 + 26x - 13 & \\
\cline{1-1}
\quad\quad\quad\quad 13x - 11 &
\end{array}
$$

DIVISION DE POLINOMIOS

Por analogía con la división entera de números, la división de polinomios se define así:

Dados dos polinomios P(x) y Q(x), donde el grado de P(x) es mayor que el grado de Q(x), se trata de determinar otros dos polinomios C(x) y R(x) tales que:

$P(x) = Q(x).C(x) + R(x)$

con la condición de que $Q(x) \neq 0$.

Siendo: $C(x) = 3x^3 + 8x^2 + 13x + 13$ y $R(x) = 13x - 11$

Recuerda que debe cumplirse que: $P(x) = Q(x).C(x) + R(x)$

Hagamos entonces:

$Q(x).C(x) = (x^2 - 2x + 1).(3x^3 + 8x^2 + 13x + 13)$

$= 3x^5 + 8x^4 + 13x^3 + 13x^2 - 6x^4 - 16x^3 - 26x^2 - 26x + 3x^3 + 8x^2 + 13x + 13$

$= 3x^5 + 2x^4 - 5x^2 - 13x + 13$

A este resultado le sumamos R(x):

$Q(x).C(x) + R(x) = (3x^5 + 2x^4 - 5x^2 - 13x + 13) + (13x - 11)$

$= 3x^5 + 2x^4 - 5x^2 + 2$

Por lo tanto se cumple que: **$P(x) = (x^2 - 2x + 1).(3x^3 + 8x^2 + 13x + 13) + (13x - 11)$**

IGUALDAD ENTRE POLINOMIOS

Dos polinomios son iguales cuando tienen el mismo grado y los coeficientes de los términos semejantes son iguales.

Cuando el resto del cociente entre dos números da cero decimos que el numerador es divisible por el denominador, extendiendo esta definición para polinomios decimos que:
El cociente entre dos polinomios es ***EXACTO*** si el ***resto es cero***.

O sea P(x) es divisible por Q(x) solo si P(x) = C(x). Q(x)

REGLA DE RUFFINI

Cuando queremos dividir un polinomio por un binomio de la forma (x – a) donde a es una constante, podemos usar la regla de Ruffini.

Su algoritmo es el siguiente:

Tomemos por ejemplo un $P(x) = bx^3 + cx^2 + dx + e$, al que queremos dividirlo por (x - a). Aplicamos la regla de Ruffini y hacemos:

1) Completamos y ordenamos en potencias decrecientes al P(x) (si no lo estuviera)
2) Armamos una estructura con solo los coeficientes del P(x). (línea 1)
3) En línea 2, colocamos "a".
4) En línea 3, inicialmente colocamos "b".
5) Multiplicamos "b" por "a" y colocamos en línea 2, en la columna de "c".
6) Sumamos "c" con "b.a" para obtener U (línea 3).
7) Multiplicamos "U" por "a" y colocamos en línea 2, en la columna de "d".
8) Sumamos "d" con "U.a" para obtener V (línea 3).
9) Multiplicamos "V" por "a" y colocamos en línea 2, en la columna de "e".
10) Finalmente, sumamos "e" con "V.a" para obtener W (línea 3).
11) Los valores b, U, V son los coeficientes del polinomio C(x) y W es el resto de la división.

$P(x) = bx^3 + cx^2 + dx + e$ y $Q(x) = x - a$

	b	c	d	e	→ línea 1
a		$b.a$	$U.a$	$V.a$	→ línea 2
	b	U	V	W	→ línea 3

$U = c + b.a \qquad V = d + U.a \qquad W = e + V.a$

$C(x) = bx^2 + Ux + V$ → C(x) tiene un grado menor que P(x)

$R(x) = W$

Ejemplo: Dividir $x^3 - 8x + 5$ por $x - 3$

Entonces, el dividendo ordenado y completo es: $P(x) = x^3 + 0x^2 - 8x + 5$

El divisor: $Q(x) = x - 3$ donde $a = 3$

	1	0	−8	5
3		3	9	3
	1	3	1	8

Los valores obtenidos con este procedimiento son los coeficientes de los términos del polinomio cociente (que es un grado menor que P(x)):

$$C(x) = x^2 + 3x + 1$$

y el resto será: $R(x) = 8$

CERO DE UN POLINOMIO

Llamamos ***cero*** de un polinomio P(x), a un valor de la variable x para el cual P(x) = 0.

Sea el polinomio P(x), se dice que "a" es ***cero*** de $P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$

Ejemplo: Sea $P(x) = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 2$, investiga si x = 1 es un cero de P(x).

Entonces, $P(1) = 3(1)^3 - 6(1)^2 + 5(1) - 2$

$= 3.1 - 6.1 + 5.1 - 2$

$= 3 - 6 + 5 - 2$

$= 0$

Por lo tanto, **x = 1 es cero de P(x).**

TEOREMA DEL RESTO

Al dividir P(x) en (x – b), el resto de la división es el valor numérico del polinomio P(x) particularizado para x = b. Esto es: **R = P (b)**

Ejemplo: sea $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5$, queremos determinar el resto de dividir a P(x) por (x + 1).

Aplicando el teorema del resto:

$P(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5$

$= -1 + 2.1 - 5$

$= -1 + 2 - 5$

$= -4$ → por lo tanto, el resto de la división es – 4.

Verifiquemos este resultado aplicando la regla de Ruffini:

	1	2	0	−5
−1		−1	−1	1
	1	1	−1	−4

→**resto**

TEOREMA DEL FACTOR

Un polinomio P(x) tiene un factor (x – a) si y solo si **P(a) = 0**. Es decir a es un cero de P(x).

Si a es un cero de P(x), entonces **P(x) es DIVISIBLE por (x – a).**

Si un factor aparece "m" veces, entonces "a" es un cero de **multiplicidad m**.

> ***Observación***
>
> *Si (x – a) es un factor de P(x), entonces existe un polinomio C(x) tal que*
>
> ***P(x) = (x – a) . C(x)***

Ejemplo: El $P(x) = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 2$ tiene un cero en x = 1. Expresa a P(x) como producto de factores.

Aplicamos Ruffini para determinar al polinomio C(x) que multiplique al polinomio (x – 1) dado.

	3	−6	5	−2
1		3	−3	2
	3	−3	2	0

$\rightarrow \quad C(x) = 3x^2 - 3x + 2$

Por último, el P(x) factoreado es: **$P(x) = (x - 1)(3x^2 - 3x + 2)$**

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Factorear un polinomio es transformarlo en un producto de expresiones algebraicas.

- **Factor común.**
  Si en todos los términos de un polinomio figura un factor común, dicho polinomio es igual al producto de ese factor por el polinomio que resulta al dividir cada término por ese factor.

  Ejemplo: factorizar $P(x) = 6x^2y^2 - 3x^2y + 9xy$
  Primero sacamos como factor común de cada término a **3xy**, entonces,
  $P(x) = 6x^2y^2 - 3x^2y + 9xy =$ **$3xy.\ (2xy - x + 3)$**

- **Factor común por grupos.**
  Algunas veces, aunque los términos de un polinomio no tengan un factor común monomial, es posible agrupar términos de tal manera que cada grupo tenga un factor común.

  Ejemplo: factorizar $P(x) = 3x - 2ab + nx - 2bx + an + 3a$

  Agrupamos así: $P(x) = (3x + nx - 2bx) + (-2ab + an + 3a)$
  $P(x) = x\,(3 + n - 2b) + a\,(-2b + n + 3)$
  $P(x) = (x + a)\,(3 + n - 2b)$

- **Trinomio cuadrado perfecto.**
  Se llama trinomio cuadrado perfecto al trinomio tal que dos de sus términos son cuadrados de algún valor y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

  Ejemplo: $P(x) = 25x^2 + 10xy^2 + y^4$ es un trinomio cuadrado perfecto ya que:
  $25x^2 = (5x)^2$
  $y^4 = (y^2)^2$
  $10xy^2 = 2\,.\,(5.x).(y^2)$
  Entonces el factoreo del trinomio dado es: **$P(x) = 25x^2 + 10xy^2 + y^4 = (5x + y^2)^2$**

- **Cuatrinomio cubo perfecto.**

  Todo cuatrinomio de la forma: **$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$**

  Ejemplo: $P(x) = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$ es un cuatrinomio cubo perfecto porque:
  $x^3 = (x)^3$ $\quad 6x^2y = 3(x)^2 2y$
  $8y^3 = (2y)^3$ $\quad 12xy^3 = 3(x)(2y)^2$
  El polinomio queda factoreado de la siguiente manera:
  $P(x) = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 =$ **$(x + 2y)^3$**

- **Suma de potencias de igual grado.**

  En general, la suma de dos potencias de igual grado de exponente impar, es igual al producto de la suma de las bases por el cociente que resulta de dividir la primera suma por la segunda.

  Ejemplo: $(x^3 + a^3) = (x + a).(x^2 - ax + a^2)$

- **Diferencia de potencias de igual grado.**

  a) Cuando el exponente es par

  Sea por ejemplo, factorear la siguiente expresion: **$x^6 - a^6$**

  Puede factorearse de la siguientes formas:

  i) Haciendo figurar la suma de las bases:

  $$\left(x^6 - y^6\right) : (x + y) = x^5 - yx^4 + y^2x^3 - y^3x^2 + y^4x^3 - y^5$$
  $$\left(x^6 - y^6\right) = (x + y)(x^5 - yx^4 + y^2x^3 - y^3x^2 + y^4x^3 - y^5)$$

  ii) Haciendo figurar la diferencia de las bases:

  $$\left(x^6 - y^6\right) : (x - y) = x^5 + yx^4 + y^2x^3 + y^3x^2 + y^4x^3 + y^5$$
  $$\left(x^6 - y^6\right) = (x - y)(x^5 + yx^4 + y^2x^3 + y^3x^2 + y^4x^3 + y^5)$$

  iii) Por último

  $$x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$$

  b) Cuando el exponente es impar

  En general, la diferencia de dos potencias de igual grado de exponente impar, es igual al producto de la diferencia de las bases por el cociente que resulta de dividir la primera diferencia por la segunda.

  Ejemplo:

  Sea por ejemplo, factorear la siguiente expresión: **$x^5 - a^5$**

  $x^5 - a^5$ es divisible por $x - a$ y el cociente exacto es:

  $(x^5 - a^5) : (x - a) = x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4$

  Por consiguiente:

  $$(x^5 - a^5) = (x - a)(x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4)$$

- **Diferencia de cuadrados**

  Toda diferencia de cuadrados es igual al producto de la suma por la diferencia de las bases de dichos cuadrados.

  Ejemplo: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS FRACCIONARIAS

Expresión algebraica racional no entera o fraccionaria son aquellas expresadas como cociente de polinomios $\frac{P(x)}{Q(x)}$, siempre que el polinomio denominador no sea un polinomio constante (ni nulo) o aquéllas en que las variables son bases de potencias de exponente negativo.

Ejemplos de expresiones fraccionarias son:

$$\frac{7}{u+4} \qquad \frac{9x-2}{4x^2-9} \qquad \frac{6y-3}{y^2+3y-1} \qquad x^3+2x^{-1}$$

Ya que el denominador no puede ser cero las variables de los polinomios denominadores no pueden tomar los valores que son ***ceros***. Como una expresión racional es un cociente entre números reales, las propiedades de fracciones también se cumplen en los casos de las expresiones algebraicas fraccionarias.

- **OPERACIONES**

Producto

Para efectuarlo, usamos la siguiente propiedad de fracciones:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \times \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x).R(x)}{Q(x).S(x)}$$

si $R(x) = S(x)$ *entonces podemos simplificar y nos queda* $\frac{P(x)}{Q(x)}$

Ejemplo:

$$\frac{x-5}{4x^2-9} \times \frac{4x^2+12x+9}{2x^2-11x+5} = \frac{x-5}{(2x-3)(2x+3)} \times \frac{(2x+3)^2}{(2x-1)(x-5)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-5)}\,(2x+3)\,\cancel{(2x+3)}}{(2x-3)\,\cancel{(2x+3)}\,(2x-1)\,\cancel{(x-5)}}$$

$$= \frac{2x+3}{(2x-3)(2x-1)} \qquad para\ x \neq \frac{3}{2}\ y\ \frac{1}{2}$$

Cociente

Para efectuarlo, usamos la siguiente propiedad de fracciones:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \div \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x).S(x)}{Q(x).R(x)}$$

Ejemplo:

$$\frac{45a^3b^2}{28c^4d^3} \div \frac{-75a^4b}{8c^2d^4} = \frac{3^2.5a^3b^2}{2^2.7c^4d^3} \times \frac{2^3c^2d^4}{(-3).5^2a^4b}$$
$$= \frac{2^3.3^2.5a^3b^2c^2d^4}{2^2.(-3).5^27a^4bc^4d^3}$$
$$= \frac{6bd\ (2^2.3.5a^3bc^2d^3)}{-35ac^2\ (2^2.3.5a^3bc^2d^3)}$$
$$= -\frac{6bd}{35ac^2}$$

Suma y Resta

Se resuelven aplicando las propiedades de las fracciones ya mencionadas cuando vimos los conjunt numéricos.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \pm \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x).S(x) \pm P(x).Q(x)}{Q(x).S(x)}$$

Ejemplo: efectúa $\frac{5}{x^2-4} + \frac{4}{x^2+4x+4} - \frac{2}{3x-6}$

Primero, debemos encontrar el mínimo común múltiplo del denominador.

Este será: mcm = $3.(x+2)^2.(x-2)$

$$\frac{5}{(x-2)(x+2)} + \frac{4}{(x+2)^2} - \frac{2}{3(x-2)} = \frac{5.3(x+2) + 4.3(x-2) - 2.(x+2)^2}{3(x+2)^2(x-2)}$$
$$= \frac{15(x+2) + 12(x-2) - 2.(x^2+4x+4)}{3(x+2)^2(x-2)}$$
$$= \frac{15x+30+12x-24-2x^2-8x-8}{3(x+2)^2(x-2)}$$
$$= \frac{-2x^2+19x-2}{3(x+2)^2(x-2)}$$

Si una fracción tiene otra fracción en el numerador o denominador, o en ambos se llama fracción compuesta, *y si no, se denomina fracción simple.*

Los métodos que se usan para ***SIMPLIFICAR*** *expresiones fraccionarias compuestas son los mismos que se usan en números fraccionarios. La multiplicación del numerador y denominador por el MCD (mínimo común denominador) es el método más sencillo.*

Ejemplo:dada la expresión, llevarla a su forma mas simple o reducida

$$\frac{\frac{x-1}{x-2}-\frac{x-2}{x-1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-2}}$$

Vemos que se trata de una fracción compuesta. Sacamos MCD en el denominador y en el numerador.

$$\frac{\frac{x-1}{x-2}-\frac{x-2}{x-1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-2}}=\frac{\frac{(x-1)(x-1)-(x-2)(x-2)}{(x-2)(x-1)}}{\frac{(x-2)-(x-1)}{(x-1)(x-2)}}$$

$$=\frac{(x-1)(x-1)-(x-2)(x-2)}{\cancel{(x-2)}\ \cancel{(x-1)}}\times\frac{\cancel{(x-1)}\ \cancel{(x-2)}}{(x-2)-(x-1)}$$

$$=\frac{(x^2-2x+1)-(x^2-4x+4)}{x-2-x+1}$$

$$=\frac{x^2-2x+1-x^2+4x-4}{(-1)}$$

$$=\frac{2x-3}{(-1)}$$

$$=-2x+3$$

Ejercitación

Expresiones algebraicas. El lenguaje algebraico

La variable x representa un número natural. Expresa en función de él:

a) Su cuádruple.

b) El doble de su posterior.

c) La mitad de su anterior más cuatro unidades.

Expresa algebraicamente los siguientes enunciados:

a) Las dos terceras partes del cuadrado de un número.

b) El cuadrado del triple de un número.

c) El triple de un número menos tres.

d) El triple de un número, más tres.

Realiza las siguientes operaciones, simplificando los resultados cuando sea posible.

a) $\frac{-x^2}{x^2+1}-\frac{x^4+1}{x^4-1}$

b) $\frac{x^2-x-6}{x^3+x}:\frac{-x-2}{x^4-1}$

c) $\frac{2x+6}{x^2-9}\,\frac{x+3}{x-7}+\frac{x}{x+7}:\frac{x-7}{5}$

d) $\left[\frac{2x^2+1}{3x^2}-\frac{2x+1}{4x^2-1}\,\frac{(2x-1)^2}{6x}\right]:\frac{x^2+2x+1}{9x^3}$

e) $\left(x+\frac{x}{x-1}\right):\left(x-\frac{x}{x-1}\right)$

f) $\dfrac{x-\dfrac{2}{x+1}}{x-\dfrac{x}{x-1}}$

Ecuaciones

Una ***ecuación*** es una igualdad de dos expresiones algebraicas. A esas expresiones se les llama miembros de la ecuación. El miembro del lado izquierdo de la igualdad se le llama ***primer miembro***, mientras que el que se encuentra en el lado derecho se llama ***segundo miembro***.

$$\underbrace{3x-5}_{\text{Primer miembro}} = \overbrace{x+8}^{\text{Segundo miembro}}$$

Ejemplos: $3x-2=4x+1$ $2z-5=2$ $2-\frac{3}{x}=4$

CLASIFICACIÓN

Hay dos tipos de ecuaciones con las que comúnmente se trabaja, uno son las llamadas ***ecuaciones identidades*** y ***ecuaciones condicionales***.

Ecuaciones

- Identidades ⇒ son aquellas que resultan válidas para todos los valores posibles de las letras que contienen.
  Ejemplo: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
  Con solo asignar valores a "a" y "b" y efectuar las operaciones en cada miembro, se obtinene el mismo resultado; estamos ante una identidad.
- Condicionales ⇒ son aquellas que están condicionadas a algún(os) valor(es) es decir, la igualdad se cumple sólo para ciertos valores de la variable.
  Ejemplo: $x+2=1$
  Sin utilizar ningún método de solución, podemos deducir que el único valor que satisface la igualdad es $x=-1$, por lo tanto, la ecuación es condicional.

IMPORTANTE

Una Identidad es una **igualdad** algebraica, esto es, una igualdad en la que aparecen números y letras que **siempre se cumple**, sean cuales sean los valores de las incógnitas.

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que es cierta para algunos valores de las incógnitas y falsa para otros.

Por tanto, la diferencia entre identidad y ecuación es que la identidad siempre es cierta, mientras que la ecuación no.

TIPOS DE ECUACIONES

✓ SEGÚN SUS SOLUCIONES

Atendiendo al número de soluciones que puede tener una ecuación, pueden darse los siguientes tipos:

- ***Que no tenga solución***: por ejemplo, $x + 2 = x + 3$. Como puedes observar, es evidente que no hay ningún valor que sumado a 2 de lo mismo que sumado a 3.

- ***Que tenga una o varias soluciones***: por ejemplo, $x + 2 = 3$. Solo tiene una solución que es $x = 1$, ya que es el único número que sumado a 2 nos da 3.

- ***Que tenga infinitas soluciones***: en este caso hay que distinguir varios tipos,
  - Entre ***identidades***: cualquier valor de las incógnitas es solución, por ejemplo: $2x + 2 = 2(x + 1)$
  - Que ***no sea una identidad***: por ejemplo, $x + y = 5$. Existen infinitos pares de números que suman 5. En estos casos se dice que la ecuación es indeterminada.
  - ***Otros tipos de ecuaciones***: tales como las trigonométricas que pueden tener infinitas soluciones y no son ecuaciones indeterminadas.

✓ SEGÚN SUS EXPRESIONES

- Ecuaciones algebraicas
  - ✓ **Polinómica**: son aquellas en las que cada uno de sus miembros están formados por monomios o polinomios; por ejemplo: $x^2 – x – 1 = 3x – 1$.
    Si el grado es 1, se dice que es una ecuación de primer grado. Por ejemplo: $4x – 5 = 3x$
    Si el grado es 2, se dice que es una ecuación de segundo grado. Por ejemplo: $x^2 – 1 = 3x$
  - ✓ **Racionales**: cuando aparece el cociente de polinomios, por ejemplo: $\frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{x}$
  - ✓ **Irracionales**: cuando las incógnitas forman parte de alguna raíz, por ejemplo: $\sqrt{x-1} = 3 + x$

- Ecuaciones trascendentes
  - ✓ **Exponenciales**: cuando las incógnitas forman parte de algún exponente, por ejemplo: $2^x = 8$
  - ✓ **Logarítmicas**: son aquellas ecuaciones en la que la incógnita aparece afectada por un logaritmo, por ejemplo: $\log 2x = 5$
  - ✓ **Trigonométricas**: son aquellas en las que aparecen una o más relaciones trigonométricas. En estas, la incógnita es el ángulo común de las relaciones trigonométricas.
    Por ejemplo: $3 \operatorname{sen} x = 1$

ECUACIONES LINEALES

DEFINICION

Se denominan ecuaciones lineales o de primer grado a las expresiones con una incógnita de la forma:

$$ax + b = 0 \qquad ,a \neq 0$$

Siendo a, b números reales.

En la ecuación lineal encontramos dos términos:

$$\underbrace{ax}_{\text{Término lineal}} + \overbrace{b}^{\text{Término independiente}} = 0$$

Las siguientes son ejemplos de ecuaciones lineales:

a) $2x + 1 = 3x - 2$

b) $x - 1 = 0$

c) $x + \frac{1}{5} = 1$

d) $x + 2y = 3$

*** cuidado, si bien la ecuación del apartado d) es lineal, tiene dos incógnitas. En esta parte, nosotros vamos a estudiar las que tienen sola una incógnita.*

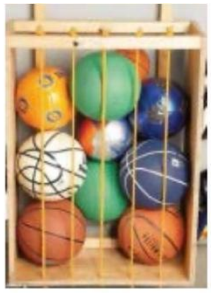
¿COMO SE RESUELVE LA ECUACION LINEAL?

Primero diremos que este tipo de ecuaciones solo ***tiene una solución***.

Para resolver las ecuaciones de este tipo debemos acomodar del lado izquierdo de la igualdad a los términos en x y del otro lado, los términos independientes. Teniendo en cuenta:

- ✓ Si un término esta de un lado de la igualdad, sumando o restando, pasa al otro lado de la igualdad efectuando la operación contraria.
- ✓ Cada lado de la igualdad debe quedar reducido a un solo término.
- ✓ Si un número está multiplicando de un lado de la igualdad, pasa hacia el otro dividiendo a todos los términos de ese lado y conservando su signo.
  - Si un número está dividiendo de un lado de la igualdad pasa hacia el otro multiplicando a todos los términos de ese lado y conservando su signo.
  - El resultado de una ecuación debe expresarse de la forma más simplificada posible.

Ejemplo: En la utilería de un club se guardan las pelotas en cajones. Si juntamos las pelotas de cinco cajones con dos pelotas sueltas, tenemos el mismo número de pelotas que si juntamos tres cajones con 20 pelotas sueltas. a) plantea la ecuación que modela la situación; b) ¿cuántas pelotas se guardan en cada cajón?.



Solución

1) Determinamos cuántas incógnitas (datos a determinar) tiene el problema. Observamos que es **una sola incógnita**, **el número de pelotas que hay en cada cajón**. Por tanto:

   x = nº de incógnitas en cada bote

2) La condición que nos dan nos dice que el número de pelotas de cinco cajones con dos de ellas sueltas **es igual** al número de pelotas de tres cajones con 20 de ellas sueltas, y su traducción al lenguaje algebraico será la ecuación que modela nuestra situación problemática:

   5x + 2 = 3x + 20

3) Ahora, resolvemos la ecuación planteada: 5x - 3x = 20 - 2 =>2x = 18 => **x = 9**

   Por tanto la solución es: hay 9 pelotas en cada cajón.

4) Finalmente, verificamos el resultado encontrado:

   $5 \cdot 9 + 2 = 3 \cdot 9 + 20$ => 45 + 2 = 27 + 20 => 47 = 47 (correcto)

Ejemplo: resuelve la siguiente ecuación, $5x - 8 = x + 2$

Solución

Pasamos del lado izquierdo los términos en x
y las constantes del otro: $\rightarrow \quad 5x - x = 2 + 8$

Efectuamos las operaciones indicadas $\rightarrow \quad 4x = 10$

Por último, para despejar x vemos que
4 está multiplicando, entonces pasa
Dividiendo al otro lado de la igualdad $\rightarrow \quad x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

La solución se puede comprobar reemplazando el valor encontrado en la ecuación original.

Ejemplo: resuelve, $3(3x-1) + 4(9 - 5x) = 0$

Solución

Realizamos las operaciones previas $9x - 3 + 36 - 20x = 0$

Términos en x por lado y constantes por el otro $9x - 20x = 3 - 36$

Realizando los cálculos en cada lado $-11x = -33$

Finalmente, despejamos x $x = \frac{-33}{-11} = 3$

Verificación

$$3\left[3(3)-1\right] + 4\left[9 - 5(3)\right] = 0$$
$$3(9-1) + 4(9-15) = 0$$
$$3(8) + 4(-6) = 0$$
$$24 - 24 = 0$$
$$0 = 0 \quad \rightarrow \quad \textit{se verifica}$$

Ejemplo: resuelve, $\frac{x-5}{3}+\frac{x+1}{4}=1$

Solución

Realizamos la suma fraccionaria $\frac{4(x-5)+3(x+1)}{12}=1$

Reescribimos la igualdad de manera adecuada $4(x-5)+3(x+1)=1.12$

Realizamos las operaciones previas $4x-20+3x+3=12$

Términos en x por lado y constantes por el otro $4x+3x=12+20-3$

Realizando los cálculos en cada lado $7x=29$

Finalmente, despejamos x $x=\frac{29}{7}$

Verificación

$$\frac{\frac{29}{7}-5}{3}+\frac{\frac{29}{7}+1}{4}=1$$

$$\frac{\frac{29-35}{7}}{3}+\frac{\frac{29+7}{7}}{4}=1$$

$$-\frac{6}{21}+\frac{36}{28}=1$$

$$\frac{-168+756}{588}=1$$

$1=1 \quad \rightarrow \quad$ *se verifica*

Aplicaciones

En esta parte haremos uso de las ecuaciones lineales para modelar y resolver situaciones problemáticas de distintas áreas. Para resolver podemos seguir las siguientes pautas:

- Lo principal, hacer una ***lectura*** de la situación problemática y ***entender*** lo que sucede y se solicita
- Hacer una traducción de lo expresado verbalmente al ***lenguaje simbólico***
- Formular un ***modelo matemático*** a través de la ecuación correspondiente
- ***Resolver*** la ecuación y aplicar criterio para formular la respuesta.
- ***Verificar*** resultado

ECUACIONES CUADRÁTICAS

Una ecuación de segundo grado con una incógnita se expresa de la siguiente forma

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad , a \neq 0$$

Siendo a, b, c números reales.

En la ecuación cuadrática encontramos tres términos:

$$\underbrace{ax^2}_{\text{Término cuadrático}} + \overbrace{bx}^{\text{Término lineal}} + \underbrace{c}_{\text{Término independiente}} = 0$$

Las siguientes son ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

- $2x^2 = 0$
- $x^2 - 1 = 0$
- $x^2 + \frac{1}{5}x = 0$
- $\sqrt{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$
- $\frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-1} = 1$

SOLUCIONES O RAÍCES DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA

Las soluciones o raíces de la ecuación cuadrática la podemos calcular con la aplicación de la Fórmula de Bhaskara.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: resuelve la ecuación cuadrática $3x^2 + 4x + 1 = 0$

Se observa que: $a = 3 \quad b = 4 \quad c = 1.$

Aplicando Bhaskara:

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.3.1}}{2.3} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{-4+2}{6} = -\frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{-4-2}{6} = -1 \end{cases}$$

NATURALEZA DE LAS RAÍCES

De acuerdo a la fórmula de Bhaskara, es posible que las raíces sean números reales, pero también podrían complejos. Para saber esa característica de las raíces analizamos radicando de la expresión de Bhaskara, al cual se lo denomina ***discriminante.***

DISCRIMINANTE

El discriminante de la ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$ es el número:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Se presentan tres situaciones a analizar:

i. $\Delta > 0$, las dos raíces son números reales distintos.

ii. $\Delta = 0$, las dos raíces son reales e iguales

iii. $\Delta < 0$, las dos raíces son números complejos.

Ejemplo: analiza el discriminante de la ecuación del ejemplo anterior.

Solución

El discriminante será: $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4.3.1 = 16 - 12 = 4$

Por lo tanto: $\Delta = 4 > 0 \rightarrow$ con este resultado aseguramos que las raíces de la ecuación serán reales y distintas. Además no necesitamos resolver la ecuación para saber esta característica.

COMPLETAR CUADRADOS (otra forma de resolver la ecuación cuadrática)

Veamos el método directamente con un ejemplo.

Ejemplo: Sea la ecuación $3x^2 + 4x + 1 = 0$, resuelve aplicando el método completar cuadrado.

Solución

$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$3\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}\right) = 0$$

Al coeficiente del término lineal, $\frac{4}{3}$, lo dividimos en dos y a ese resultado lo elevamos al cuadrado, es decir: $\left(\frac{4}{3} : 2\right)^2$. A este último lo sumamos y restamos en la ecuación (para no alterar la igualdad). Quedando:

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{4}{3} : 2\right)^2 - \left(\frac{4}{3} : 2\right)^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}-\frac{4}{9}+\frac{1}{3}=0$$

$$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{9}=0$$

$$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$ aplicando raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad, tenemos

$$\sqrt{\left(x+\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{1}{3}$$ recuerda que: $\sqrt{x^2}=|x|$

$$\left|x+\frac{2}{3}\right|=\frac{1}{3}$$ al quitar las barras de valor absoluto queda:

$$x+\frac{2}{3}=\pm\frac{1}{3}$$ tenemos dos soluciones

$$x+\frac{2}{3}=\frac{1}{3} \qquad x+\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}$$

$$x_1=-\frac{1}{3} \qquad x_2=-1$$

Ahora hagamos el camino inverso.

Conocidas las raíces de la ecuación, queremos reconstruirla. Entonces sean las raíces x_1 y x_2, podemos escribir la ***ecuación cuadrática en forma factorizada***:

$$a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)=0$$

Para visualizar mejor, veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo: reconstruye la ecuación cuadrática conocidas sus raíces $x_1 = 2$ y $x_2 = -1$. El coeficiente del término principal vale 3.

Solución

$$3\left(x-2\right)\left(x+1\right)=0$$

$$3\left(x^2-x-2\right)=0 \quad \rightarrow \quad 3x^2-3x-6=0$$

Hasta ahora hemos mostrado la ecuación cuadrática ***completa***, es decir, que tiene todos sus términos. Pero, puede suceder que este en forma ***incompleta***.

FORMAS INCOMPLETAS DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA

- $ax^2 + c = 0 \qquad , a \neq 0 \ y \ b = 0$

  Ejemplo: resuelve la ecuación $2x^2 - 4 = 0$

  Solución

  $2x^2 = 4 \ \rightarrow \ x^2 = 2 \ \rightarrow \ |x| = \pm\sqrt{2} \ \Rightarrow \ x_1 = \sqrt{2} \ \wedge \ x_2 = -\sqrt{2}$

- $ax^2 + bx = 0 \qquad , a \neq 0 \ y \ c = 0$

  Ejemplo: resuelve la ecuación $2x^2 - 4x = 0$

  Solución

  $2x(x-2) = 0 \ \rightarrow \ 2x = 0 \ \wedge \ x - 2 = 0$

  $x_1 = 0 \qquad\qquad x_2 = 2$

- $ax^2 = 0 \qquad , a \neq 0 \quad , b = 0 \quad , c = 0$

  Ejemplo: resuelve la ecuación $2x^2 = 0$

  Solución

  $x^2 = 0 \ \rightarrow \ x_1 = x_2 = 0$

Veamos ahora un ejercicio de aplicación.

Ejemplo: halla dos números naturales consecutivos cuyo producto sea igual al cociente entre el cuadrado del mayor y $\frac{11}{10}$.

Solución

Sean estos números: x y $x+1$.

Luego: $x \cdot (x+1) = \dfrac{(x+1)^2}{\frac{11}{10}}$

$11(x^2 + x) = 10(x+1)^2$

$11x^2 + 11x = 10x^2 + 20x + 10$

$$x^2 - 9x - 10 = 0 \qquad \rightarrow \qquad x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4.1.(-10)}}{2.1} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{9+11}{2} = 10 \\ x_2 = \dfrac{9-11}{2} = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$los números deben ser naturales, por tanto, $x = 10$.

Con ello, los números buscados son: 10 y 11.

Ejercitación

1) Representa como expresión algebraica cada una de las siguientes expresiones.
   a) El cuadrado de la suma de dos números.
   b) Un quinto de un número más un medio.
   c) El cuadrado de la tercera parte de la suma de dos números.
   d) La mitad del cuadrado de la diferencia de dos números.
   e) El cuadrado de un número más el doble producto de ese número por otro.
   f) El producto de tres números consecutivos.
   g) El quinto de la diferencia de un numero menos tres.

2) Despeja la variable indicada para cada caso:
   a) La velocidad de un objeto bajo ciertas condiciones está dada por: $v^2 = v_0{}^2 + 2ad$
   b) Donde v_0 es la velocidad inicial, a es la aceleración y del desplazamiento. Despeja a y d.
   c) La expresión $S = \frac{a - rL}{1 - rC}$ aparece en el estudio de las progresiones geométricas. Despeja r y L.
   d) La ecuación para la velocidad de una partícula está dada por $v = v_0 + at$. Despeja t y a.
   e) La potencia de una resistencia eléctrica está dada por $P = i^2 R$. Despeja R.
   f) La relación entre la temperatura en °F y la temperatura en ° C es $F = \frac{9}{5}C + 32$. Despeja C.
   g) El área de un cilindro está dada por $A = 2\pi r(r + h)$. Despeja h y r.
   h) La expresión que describe la dilatación de una varilla de metal cuando se calienta es $L = L_0(1 + \alpha t)$. Despeja α.

3) Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:

   a) $3x - 2 = x - 5$
   b) $\left[2x - 2(x - 1)\right]5 = 4 - x$
   c) $-(x + 3) - (x - 6) = 3x - 4$
   d) $(w - 1)(w + 1) = w(w - 4)$
   e) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = \frac{1}{6}$
   f) $5 - \frac{3}{4}x = \frac{2}{3}x + 2$
   g) $\frac{1}{3}(t - 2) + \frac{2}{3}t = 2t + \frac{4}{3}$
   h) $\frac{3y}{y + 4} = 7 - \frac{12}{y + 4}$
   i) $\frac{3w - 2}{5} + 3 = \frac{4w - 1}{3}$

4) La suma de dos números es 15 y el segundo número es tres menos que el primer número. ¿Cuáles son los números?

5) Un terreno rectangular tiene un perímetro de 500 m. su longitud es 30 m mayor que el doble de su ancho. Encuentra sus dimensiones.

6) Un número es 8 veces mayor que otro. La suma de ambos números es 20. ¿Cuáles son esos números?

7) Determina un número cuyo exceso sobre 232 equivale a la diferencia entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{8}$ del mismo?.

8) Analiza el discriminante de las ecuaciones dadas e indica la naturaleza de las raíces.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $3x^2 - 4 = 28 + x^2$

c) $(x+1)(x-5) + 5 = 0$

d) $\frac{x^2 - 1}{6} = 4$

e) $(x-5)^2 + 3 = 1$

f) $\frac{5}{x+2} - \frac{1}{x-2} = 3$

g) $\sqrt{x+6} - x = 4$